МГТУ им. Н. Э. Баумана

Кафедра “Прикладная механика”

Лабораторная работа №3 по курсу

“Управление в технических системах”

«Качество системы стабилизации курса самолета»

Студент: _____________

Группа: РК5-_____

Преподаватель: Наумов А.М.

2010 г.

Цель работы – определение оптимального значения варьируемого параметра системы стабилизации по минимуму квадратичной оценки качества САР.

Теоретическая часть

Качество САР определяется переходным процессом. При анализе качественных показателей указанного процесса рассматривают отклик исследуемой системы на типовые воздействия – ступенчатую функцию, дельта-функцию, гармоническое воздействие и др.

Для удовлетворения требований, предъявляемых к качеству динамической системы, необходимо, чтобы показатели переходного процесса не превышали своих допустимых значений. Чаще всего допустимые значения σ находятся в пределах от 0 до 25%, а число колебаний должно быть $n \le 2$.

Различают прямые и косвенные методы анализа качества системы регулирования. Прямые методы – методы непосредственного решения дифференциальных уравнений системы – наиболее точные при исследовании качественных показателей системы. Однако для систем регулирования высокого порядка они весьма трудные.

К косвенным методам, не требующим решения дифференциальных уравнений, но позволяющим определить связь между параметрами системы и показателями качества процесса регулирования, относятся корневые, частотные и интегральные методы.

В данной работе используется интегральный метод, на основании которого качество системы устанавливается по минимуму квадратичной интегральной оценки

$$J_0 = \int_0^{\infty} (\Delta x)^2 dt = \int_0^{\infty} [x(t) - x(\infty)]^2 dt$$

.

Формула определяет площадь под кривой $(\Delta x)^2$. Из нескольких процессов наиболее качественным считается тот, который соответствует наименьшему значению оценки J_0.

Для нахождения J_0 используют метод Мандельштама.

Минимизация квадратичной оценки по одному или нескольким варьируемым параметрам осуществляется решением уравнений

$$\frac{\partial J_0}{\partial \alpha} = 0; \ \frac{\partial J_0}{\partial \beta} = 0; \ldots$$

относительно варьируемых параметров α, β, … . Найденные значения варьируемых параметров при подстановке в выражение квадратичной оценки J_0 должны обеспечивать ее минимум.

Рассмотрим использование квадратичной интегральной оценки J_0 при выборе оптимального значения одного из параметров системы стабилизации курса самолета.

Для полета самолета по заданному курсу необходимо угол рассогласования между осью курса и продольной осью самолета, так называемый угол рыскания ψ (Рис. 1.1.) поддерживать равным нулю.

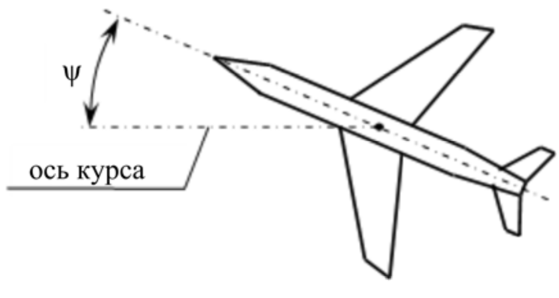


Рис. 1.1. Угол рыскания

Упрощенная принципиальная схема системы стабилизации курса самолета показана на Рис. 1.2.

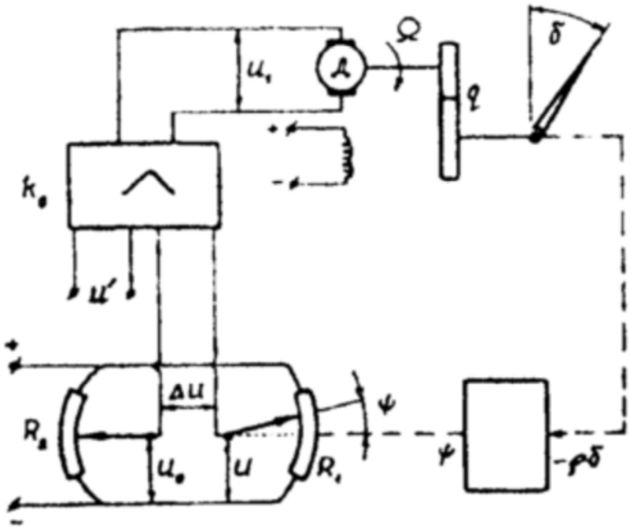


Рис. 1.2. Схема системы стабилизации курса самолета

На схеме (Рис. 1.2.) символами R_1 и R_2 обозначены потенциометры.

Система уравнения звеньев рассматриваемой системы стабилизации

$$\begin{cases} I\dfrac{d^2x}{dt^2} = -N\dfrac{dx}{dt} - \rho\delta; \\ \dfrac{d\delta}{dt} = \dfrac{\Omega}{q}; \\ \Omega = k_1 u_1; \\ u_1 = k_0\left(\Delta u + u'\right); \\ \Delta u = k_3 x, \end{cases}$$

где $x=\psi$ – угол рысканья, I – момент инерции самолёта относительно вертикальной оси, N – коэффициент пропорциональности в выражении для момента вязкого трения в воздушной среде $\left(M_{\partial e} = -N\dfrac{d\psi}{dt}\right)$, ρ – коэффициент пропорциональности в выражении для момента, создаваемого поворотом руля $(\rho\delta, \rho = const)$, δ – угол поворота руля направления, Ω – угловая скорость вала двигателя, q – передаточное отношение зубчатой передачи, k_1 – коэффициент пропорциональности, u_1 – выходное напряжение усилителя, k_0 – коэффициент усиления, u' – вспомогательное напряжение, $\Delta u = u - u_0$, где u_0 – установленное значение для выходного напряжения u потенциометра R_1, k_3 – коэффициент пропорциональности $(k_3 = const)$.

Исключая из системы все переменные, кроме x , u' учетом обозначений $k_4 = \dfrac{1}{q}$,

$T=\dfrac{I}{N}$, $k_2=\dfrac{\rho}{N}$, $\xi=k_0k_1k_2k_3k_4$, получим

$$T\frac{d^3x}{dt^3}+\frac{d^2x}{dt^2}+\xi\left(x+\frac{u'}{k_3}\right)=0.$$

Если в уравнении $u'=0$, то имеем уравнение регулятора без дополнительных связей

$$T\frac{d^3x}{dt^3}+\frac{d^2x}{dt^2}+\xi x=0.$$

Для анализа устойчивости данной системы, характеризующейся уравнением

$$a_0\dddot{x}+a_1\ddot{x}+a_2\dot{x}+a_3x=0,$$

воспользуемся методом Гурвица и запишем необходимое и достаточное условие устойчивости системы

$$a_1a_2-a_0a_3>0,$$

где $a_0=T$, $a_1=1$, $a_2=0$, $a_3=\xi$.

Следовательно, для устойчивости системы должно выполняться неравенство $-T\xi>0$. Но $T>0$ и $\xi>0$, поэтому система без дополнительных обратных связей будет неустойчивой.

Дополнительную обратную связь можно вводить различными способами. Рассмотрим жёсткую обратную связь

$$u'=-r\delta\ \ (r=const).$$

В этом случае, из первого уравнения системы имеем

$$\delta=-\frac{1}{k_2}\left(T\frac{d^2x}{dt^2}+\frac{dx}{dt}\right).$$

Подставляя в , получим

$$u'=\frac{r}{k_2}\left(T\frac{d^2x}{dt^2}+\frac{dx}{dt}\right)$$

Тогда принимает вид

$$T\frac{d^3x}{dt^3}+\left(1+\frac{\xi r}{k_2k_3}T\right)\frac{d^2x}{dt^2}+\frac{\xi r}{k_2k_3}\frac{dx}{dt}+\xi x=0.$$

По критерию Гурвица система будет устойчива, если

$$\left(1+\frac{\xi r}{k_2k_3}T\right)\frac{\xi r}{k_2k_3}-\xi T>0.$$

Неравенство позволяет определить допустимые значения r из условия устойчивости системы стабилизации курса самолета.

Для системы стабилизации курса с жёсткой обратной связью определим оптимальное значение параметра r, соответствующее наименьшему значению интегральной оценки J_0.

В данном случае работа САР характеризуется дифференциальным уравнением:

$$a_0\dddot{x} + a_1\ddot{x} + a_2\dot{x} + a_3 x = 0,$$

где $a_0 = T$, $a_1 = 1 + \dfrac{\xi r}{k_2 k_3}T$, $a_2 = \dfrac{\xi r}{k_2 k_3}$, $a_3 = \xi$.

Умножим поочередно на $x, \dot{x}, \ddot{x}$ и проинтегрируем по времени от 0 до ∞, учитывая, что

$$\begin{array}{ll} x(0) = x_0 = \psi_0; & x(\infty) = 0; \\ \dot{x}(0) = 0; & \dot{x}(\infty) = 0; \\ \ddot{x}(0) = 0; & \ddot{x}(\infty) = 0. \end{array}$$

Получим систему алгебраических уравнений

$$\begin{cases} -a_1 J_1 - a_2 \dfrac{1}{2} x_0^2 + a_3 J_0 = 0; \\ -a_0 J_2 + a_2 J_1 - a_3 \dfrac{1}{2} x_0^2 = 0; \\ a_1 J_2 - a_3 J_1 = 0. \end{cases}$$

Система имеет решение

$$J_0 = \frac{x_0^2}{2} \frac{a_1 a_2^2 - a_0 a_2 a_3 + a_1^3 a_3}{a_1 a_2 a_3 - a_0 a_3^2},$$

или

$$J_0 = R_0 \frac{r^3 + b_1 r^2 + b_2 r + b_3}{r^2 + b_4 r - b_2},$$

где $R_0 = \dfrac{x_0^2}{2k_2 k_3}$, $b_1 = k_2 k_3\left(\dfrac{1}{\xi T} + T\right)$, $b_2 = \dfrac{k_2^2 k_3^2}{\xi}$, $b_3 = \dfrac{k_2^3 k_3^3}{\xi^2 T}$, $b_4 = \dfrac{k_2 k_3}{\xi T}$.

Требование минимума оценки J_0 приводит к условию

$$\frac{\partial J_0}{\partial r} = \frac{r^4 + 2b_4 r^3 - (4b_2 - b_1 b_4) r^2 - 2(b_3 + b_1 b_2) r - (b_2^2 + b_3 b_4)}{(r^2 + b_4 r - b_2)^2} = 0.$$

Таким образом, оптимальное значение параметра r определяется из уравнения

$$r^4 + 2b_4 r^3 - (4b_2 - b_1 b_4) r^2 - 2(b_3 + b_1 b_2) r - (b_2^2 + b_3 b_4) = 0$$

При этом физическому смыслу задачи удовлетворяют лишь действительные r из области допустимых значений (условие).

При моделировании схемы в МВТУ-3.7 целесообразно представить систему уравнений движения в следующем виде

$$\begin{cases} \dfrac{d^2x}{dt^2} = -\dfrac{1}{T}\dfrac{dx}{dt} - ж_2\delta; \\ \dfrac{d\delta}{dt} = k_4\Omega; \\ \Omega = ж_1\gamma_1; \\ \gamma_1 = k_0\left(\Delta\gamma + ж_5\delta\right); \\ \Delta\gamma = ж_3 x, \end{cases}$$

где $ж_1 = k_1 u_0$, $ж_2 = \dfrac{\rho}{I}$, $ж_3 = \dfrac{k_3}{u_0}$, $ж_5 = \dfrac{r}{u_0}$, $\gamma_1 = \dfrac{u_1}{u_0}$, $\Delta\gamma = \dfrac{\Delta u}{u_0}$.

Практическая часть

Исходные данные

Модель самолет: ИЛ-86.

$I = 2.31 \cdot 10^7$ кг·м^2, $N = 1.3 \cdot 10^6$ Н·м·с, $\rho = 2.34 \cdot 10^6$ Н·м/рад, $q = 1000$, $k_0 = 60$,

$k_1 = 40$ рад/В/с, $k_3 = 50$ В/рад, $u_0 = 110$ В.

Определяются коэффициенты T, k_2, k_4, ξ в среде MATLAB

$k_2 = 1.8$ 1/рад/с, $k_4 = 0.0011$, $\xi = 60$ 1/рад/с^2.

Определяется область устойчивости r, согласно критерию Гурвица для найденных коэффициентов. Для этого строится график кривой (Рис. 1.3.), описывающейся уравнением

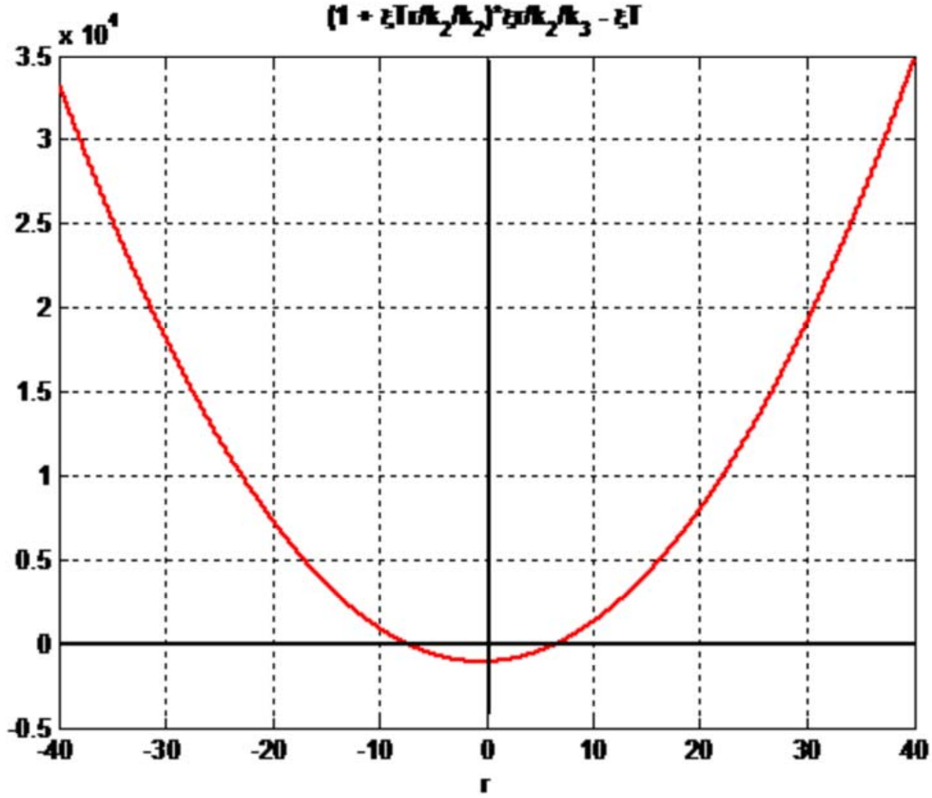


Рис. 1.3.

Отсюда получается, что система устойчива при $r \in (-\infty, -7.41) \cup (6.56, \infty)$.

Определяются коэффициенты b_1, b_2, b_3, b_4, входящие в уравнение

$$b_1 = 959.589,\ b_2 = 48.6,\ b_3 = 2.462,\ b_4 = 0.051.$$

Графическое представление функции в уравнении показано на Рис. 1.4.

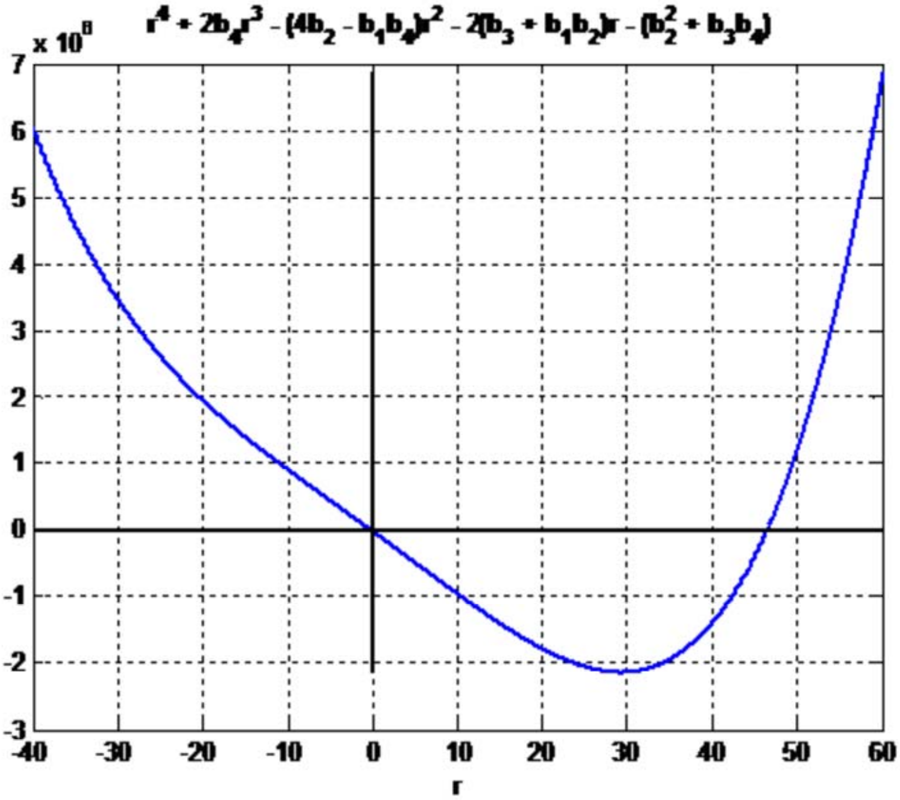


Рис. 1.4.

Решение уравнения дает два действительных корня

$$r_1 = -0.025 \text{ и } r_2 = 46.396.$$

Только одно из этих значений r удовлетворяет критерию Гурвица . Это значение и будет оптимальным

$$r_{опт} = 46.396 \text{ В/рад.}$$

Наименьшее значение интегральной оценки J_0 определяется согласно формуле , учитывая, что $x_0 = 0.01$ рад и $r = r_{опт}$

$$J_0(r_{опт}) = 9.529 \cdot 10^{-4} \text{ с}\cdot\text{рад}^3.$$

На Рис. 1.5. показана структурная схема моделирования, собранная в МВТУ-3.7

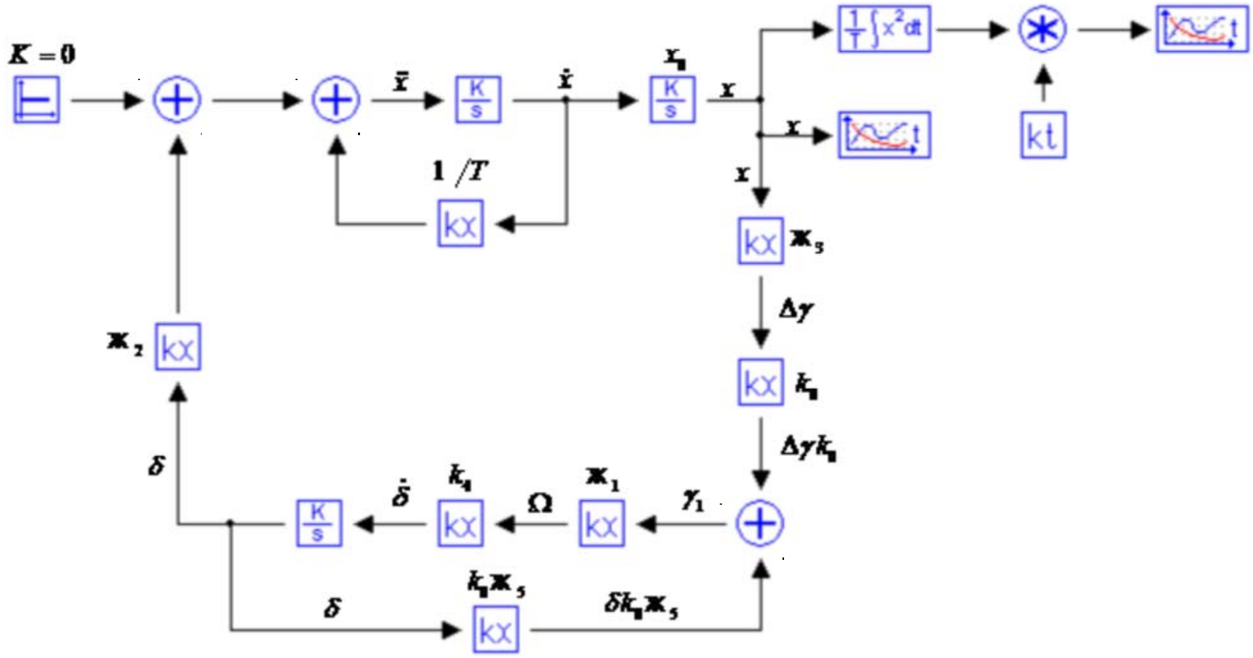
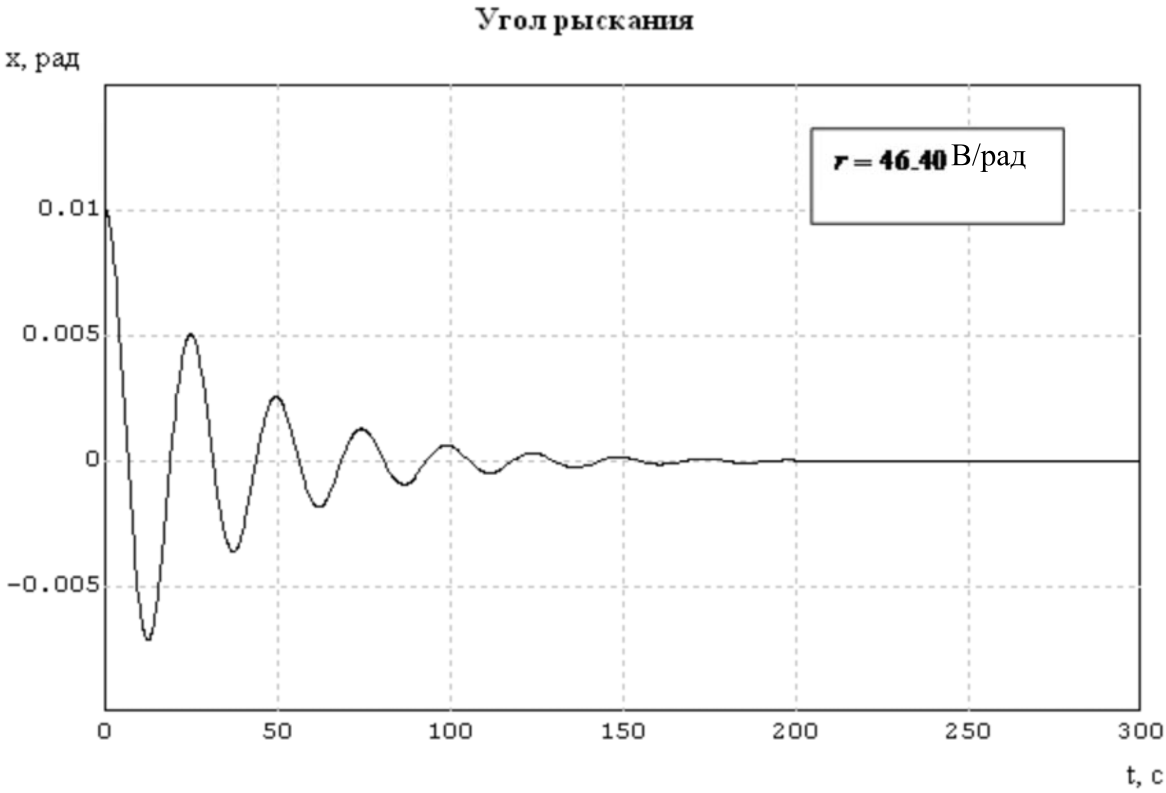


Рис. 1.5. Структурная схема моделирования

Значения коэффициентов, входящих в систему , равны

$\frac{1}{T} = 0.0563$ с$^{-1}$, $\text{ж}_1 = 2750$ рад/с, $\text{ж}_2 = 0.101$ 1/рад/с^2, $\text{ж}_3 = 0.273$ рад$^{-1}$, $\text{ж}_5 = 0.422$ рад$^{-1}$.

1) Графики $x(t)$ и $J_0(t)$ для оптимального значения $r_{оптим}$ имеют вид ($x_0 = 0.01$рад)



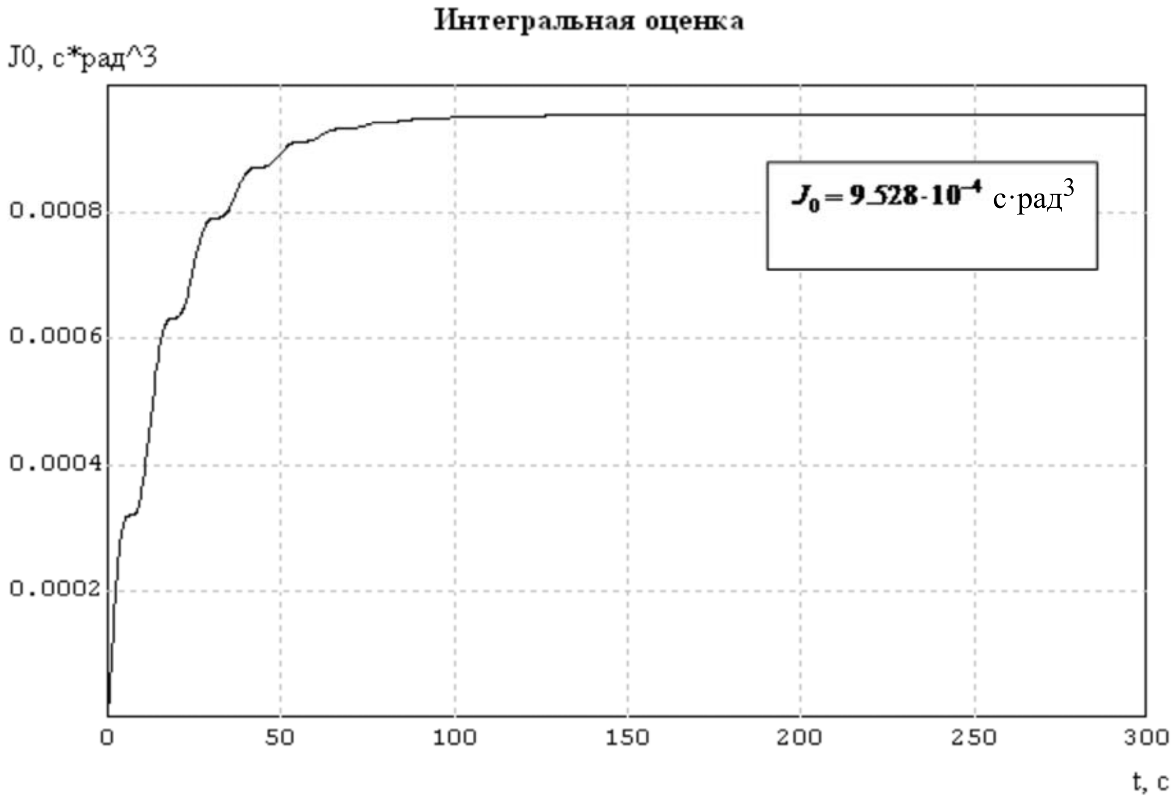
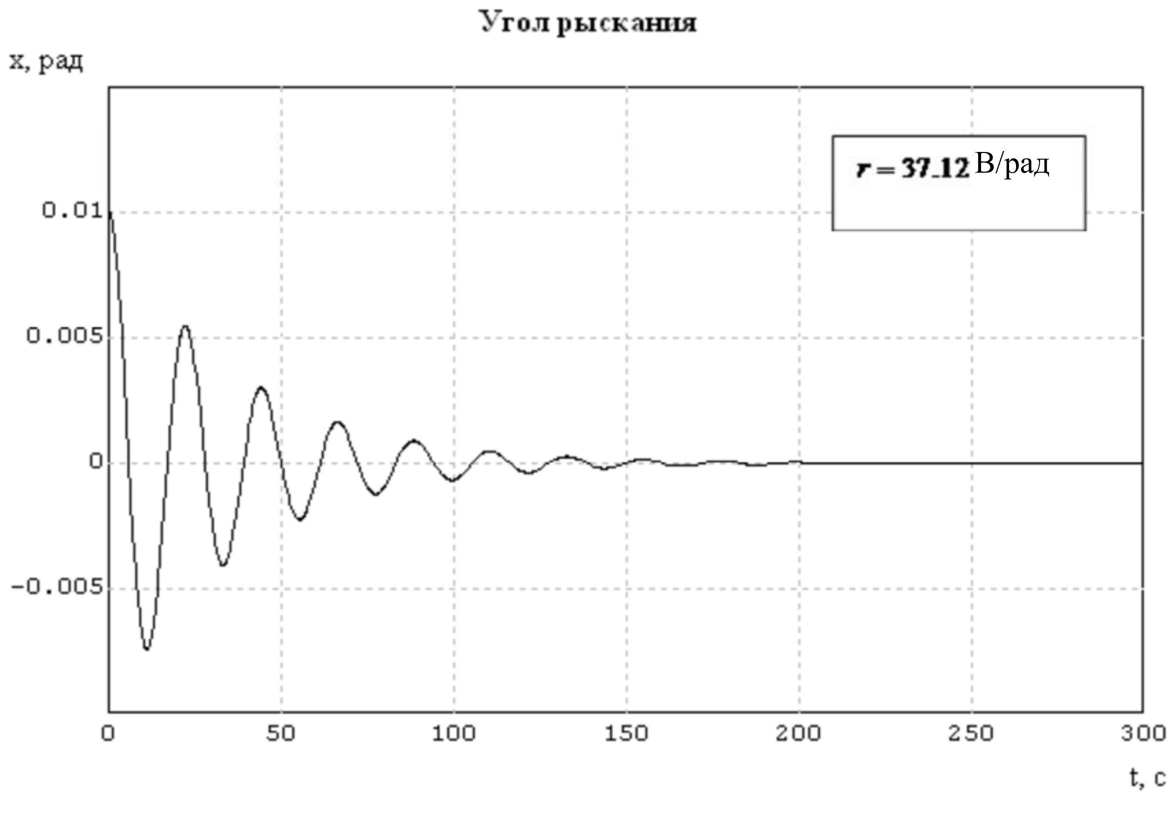


Рис. 1.6. Графики $x(t)$ и $J_0(t)$ для $r_{оптим}$.

2) Графики $x(t)$ и $J_0(t)$ для значения $r = 0.8 r_{оптим}$ будут следующими



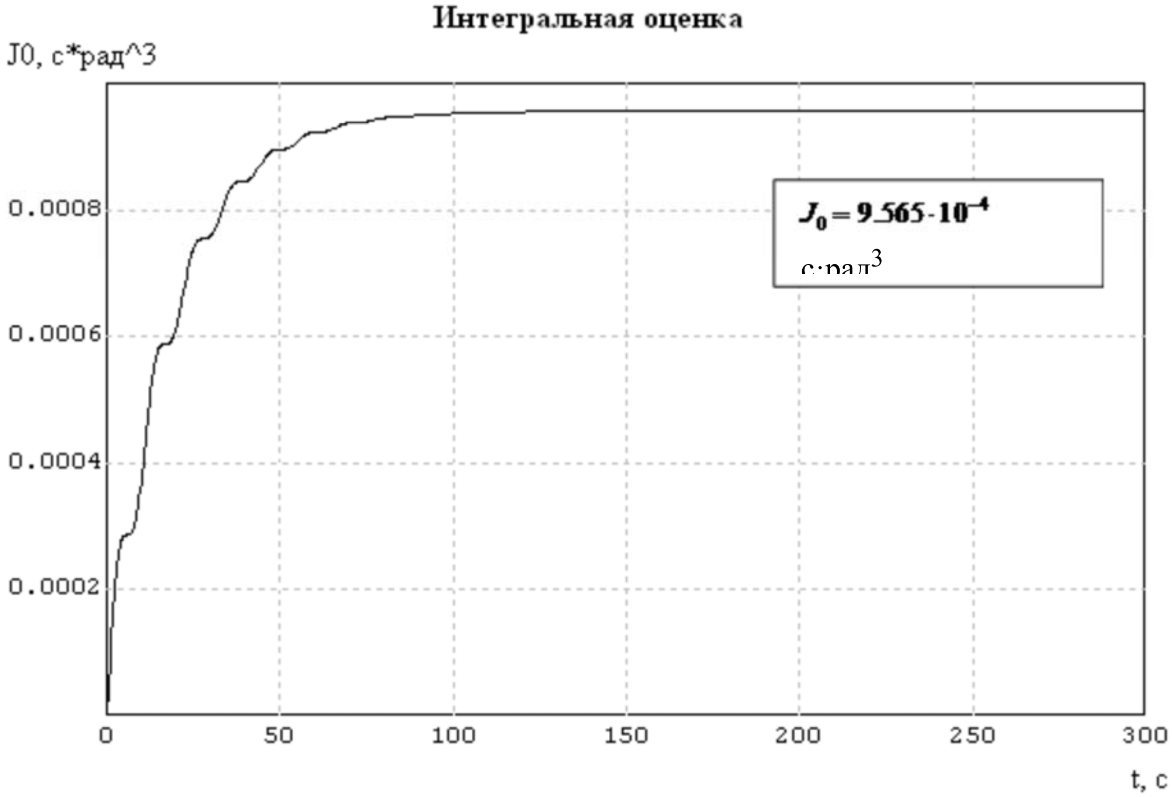
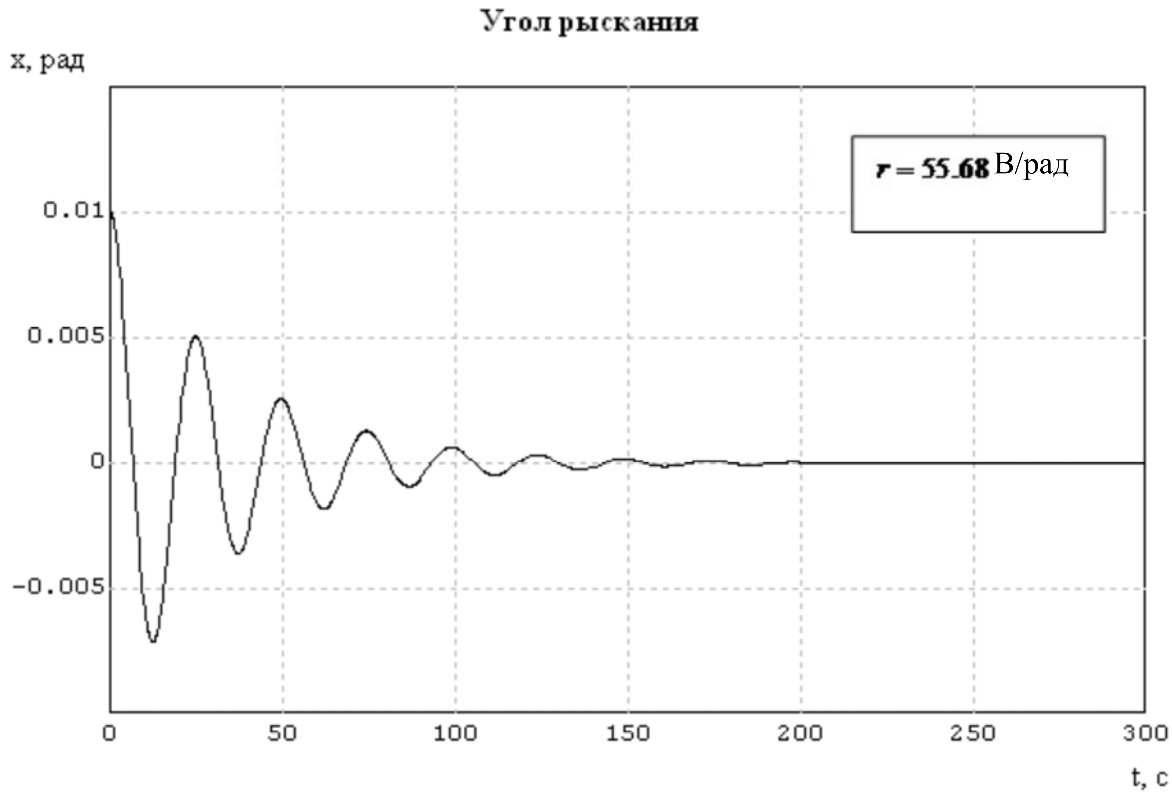


Рис. 1.7. Графики $x(t)$ и $J_0(t)$ для $r = 0.8 r_{\text{опт}}$.

3) Графики $x(t)$ и $J_0(t)$ для значения $r = 1.2 r_{\text{опт}}$ будут следующими



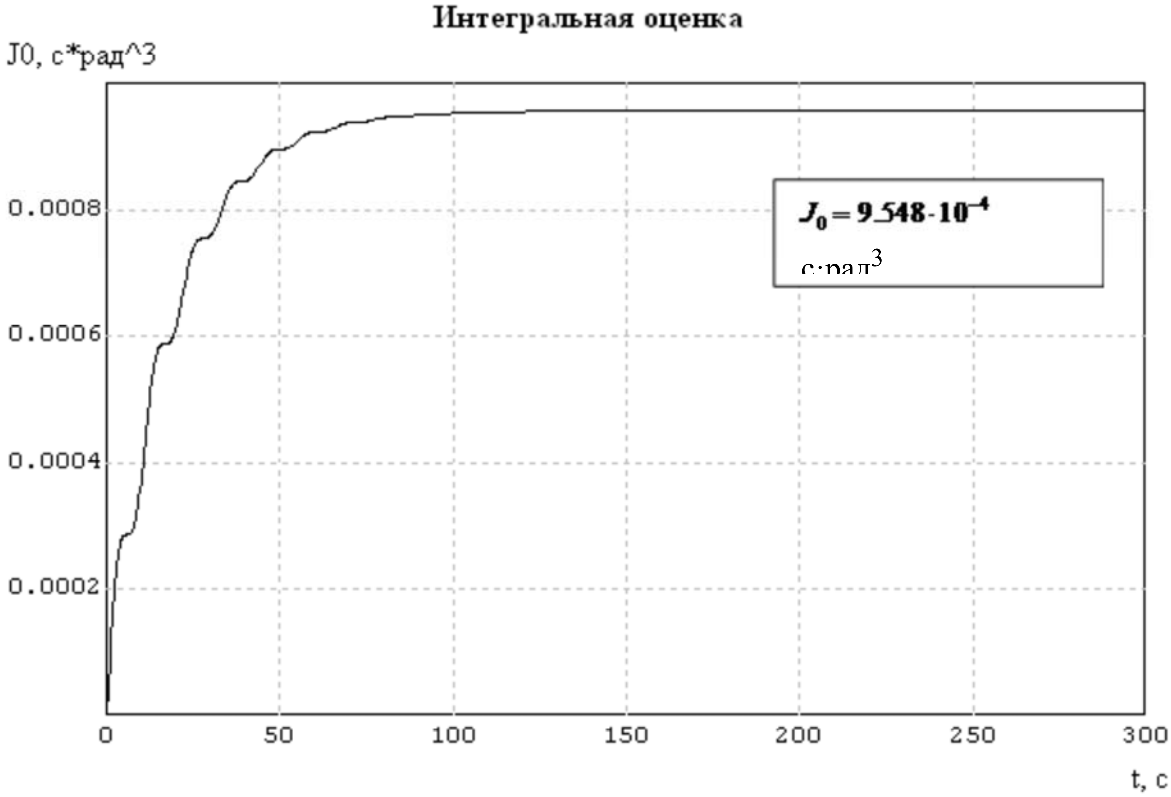


Рис. 1.8. Графики $x(t)$ и $J_0(t)$ для $r = 1.2 r_{опт}$.

Вывод. В результате проведения данной лабораторной работы было получено оптимальное значения варьируемого параметра r в жесткой обратной связи для системы стабилизации курса самолета. Оптимальное значения было найдено на основе интегрального метода анализа качества системы. Полученные графики для угла рысканья $x(t)$ и интегральной оценки $J_0(t)$ подтверждают, что найденное значение $r_{опт} = 46.40$ В/рад является оптимальным. Ему соответствует минимальное значение интегральной оценки $J_0(t) = 9.528 \cdot 10^{-4}$ В/рад. Использование интегрального метода оценки качества для системы стабилизации курса самолета в данном случае объективно, так как система регулирования имеет высокий порядок и применение прямого метода оценки качества для подобных систем является трудоёмким.