

МГТУ им. Н. Э. Баумана.  
Кафедра “Прикладная механика”



Лабораторная работа №2 по курсу

“Управление в технических системах”

«Устойчивость системы автоматического регулирования угловой скорости паровой турбины»

Студент: \_\_\_\_\_

Группа: РК5-\_\_\_\_\_

Преподаватель: Наумов А.М.

2010 г.

**Цель работы** – определение областей возможных значений двух параметров, обеспечивающих устойчивую работу САУ угловой скорости паровой турбины, методом D-разбиения; экспериментальная проверка теоретических результатов с помощью компьютерного моделирования.

### Теоретическая часть

#### Описание работы САУ угловой скорости паровой турбины

Функциональная схема (блок-схема) системы автоматического регулирования угловой скорости паровой турбины (Рис. 1.1.) показана на Рис. 1.2.

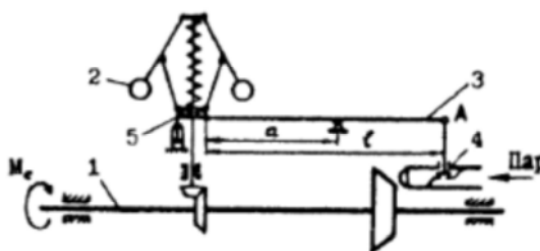


Рис. 1.1. Система автоматического регулирования угловой скорости паровой турбины



Рис. 1.2. Функциональная схема системы автоматического регулирования угловой скорости паровой турбины

На Рис. 1.1. цифрами обозначены:

1. Турбина
2. Грузы
3. Рычаг
4. Задвижка
5. Муфта

При отклонении угловой скорости  $\omega$  турбины (Рис. 1.1.) от заданного значения меняется центробежная сила грузов, в связи с чем изменяется положение муфты, которая рычагом приводит в действие исполнительный механизм – задвижку.

Данная САУ является системой прямого действия.

#### Краткий вывод дифференциальных уравнений звеньев рассматриваемой САУ

##### 1) Регулируемый объект (паровая турбина)

Активный момент на валу турбины

$$M_A = \frac{1}{2} \alpha y \frac{v^3}{\omega},$$

где  $\alpha$  – коэффициент, зависящий от конструкции паровой турбины,  $y$  – величина открытия задвижки,  $v$  – скорость движения пара.

Линеаризуем зависимость с помощью разложения в ряд Тейлора в окрестности стационарного режима движения  $(y_0, v_0, \omega_0)$  по степеням малых приращений  $\Delta y$ ,  $\Delta \omega$ , отбрасывая члены разложения второго и более порядков малости и считая, что  $v = const$

$$M_D = M_{D0} + \frac{1}{2} \alpha \frac{v_0^3}{\omega_0} \Delta y - \frac{1}{2} \alpha \frac{v_0^3 y_0}{\omega_0^2} \Delta \omega,$$

где  $M_{D0} = \frac{1}{2} \alpha \frac{v_0^3}{\omega_0} y_0$  – установившийся активный момент.

Уравнение приведем к виду

$$M_D = M_{D0} \left( 1 + \frac{\Delta y}{y_0} - \frac{\Delta \omega}{\omega_0} \right).$$

Момент сопротивления на валу турбины

$$M_C = M_{C0} + \Delta M_C,$$

где  $M_{C0}$  – установившийся момент сопротивления на валу,  $\Delta M_C$  – момент от изменения нагрузки.

Из теоремы об изменении момента количества движения системы получим уравнение паровой турбины

$$J_n \frac{d\omega}{dt} = M_D - M_C,$$

где  $J_n$  – приведенный к валу турбины момент инерции всех вращающихся масс.

Подставляя в уравнение зависимости и учитывая то, что в установившемся режиме  $M_{D0} = M_{C0}$ , получим уравнение турбины в приращениях

$$J_n \frac{d\omega}{dt} = M_{D0} \left( 1 + \frac{\Delta y}{y_0} - \frac{\Delta \omega}{\omega_0} \right) - \Delta M_C.$$

Номинальными значениями для турбины будут  $\omega_0$ ,  $y_0$ ,  $M_{D0} = M_{C0} = M_0$ . С учетом этого примет вид

$$J_n \frac{\omega_0}{M_0} \frac{d \left( \frac{\Delta \omega}{\omega_0} \right)}{dt} = - \frac{\Delta M_C}{M_0} - \frac{\Delta \omega}{\omega_0} + \frac{\Delta y}{y_0}.$$

Вводя следующие обозначения  $\frac{\Delta \omega}{\omega_0} = \gamma$ ,  $\frac{\Delta y}{y_0} = \mu$ ,  $\frac{\Delta M_C}{M_0} = f_0$ ,  $J_n \frac{\omega_0}{M_0} = T_0$ , получим

$$T_0 \frac{d\gamma}{dt} + \gamma = \mu - f_0$$

Уравнение характеризует турбину как систему первого порядка с передаточной функцией

$$W_1(s) = \frac{1}{T_0 s + 1},$$

где  $T_0$  - постоянная времени,  $s$  - оператор Лапласа.

2) Чувствительный элемент (центробежный маятник)  
 Центробежный маятник показан на Рис. 1.3.

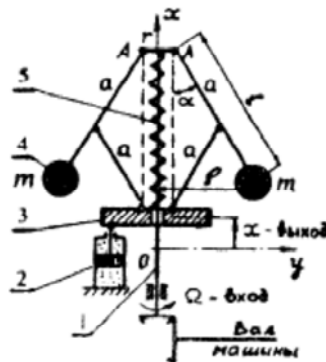


Рис. 1.3. Центробежный маятник

На Рис. 1.3. цифрами обозначены

1. Вал
2. Демпфер
3. Муфта
4. Шары
5. Пружина

Вал центробежного маятника вращается с угловой скоростью  $\Omega$ , пропорциональной угловой скорости машины. С такой же скоростью вращаются относительно оси  $x$  шары, обладающие массой  $m$  и занимающие определенное положение относительно оси  $x$  при постоянной скорости. При увеличении или уменьшении скорости шары расходятся или сближаются, вызывая перемещение муфты, кинематически связанной с шарами системой тяг.

Для составления дифференциального уравнения центробежного маятника используется уравнение Лагранжа II рода

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial T}{\partial q} = Q,$$

где  $q$  – обобщенная координата (в данном случае в качестве  $q$  выбирается выходная координата – перемещение муфты  $x$ ),  $T$  – кинетическая энергия,  $Q$  – обобщенная сила, которая в общем случае системы с одной степенью свободы имеет вид

$$Q = -\frac{\partial \Pi}{\partial q} + \frac{\partial R}{\partial \dot{q}} + F(t),$$

где  $\Pi$  – потенциальная энергия системы,  $R$  - функция рассеяния энергии,  $F(t)$  - внешняя сила, приложенная к динамической системе. Считается, что  $F(t) = 0$ .

Кинетическая энергия системы равна

$$T = T_p + T_l + T_r$$

где  $T_p$  – кинетическая энергия шаров во вращательном движении вокруг оси  $Ox$ ,  $T_l$  – кинетическая энергия шаров во вращательном движении относительно точек  $A$ ,  $T_r$  – кинетическая энергия масс в поступательном движении вдоль оси  $Ox$ .

Указанные составляющие кинетической энергии

$$T_p = \frac{2m\Omega^2 \rho^2}{2} = m\Omega^2 \left( r + \frac{l}{2a} \sqrt{x(4a-x)} \right)^2;$$

$$T_l = \frac{2ml^2 \dot{\alpha}^2}{2} = \frac{ml^2 \dot{x}^2}{x(4a-x)};$$

$$T_x = \frac{M\dot{x}^2}{2},$$

где  $M$  – масса частей, участвующих в поступательном движении вдоль оси  $Ox$ .

Потенциальная энергия системы

$$H = H_1 + H_2 + H_3$$

где  $H_1$  – потенциальная энергия масс, движущихся параллельно оси  $Ox$ ,  $H_2$  – потенциальная энергия шаров,  $H_3$  – потенциальная энергия пружины.

Указанные составляющие потенциальной энергии

$$H_1 = Mgx;$$

$$H_2 = 2mgl(1 - \cos \alpha) = \frac{mglx}{a};$$

$$H_3 = F_0 x + \frac{cx^2}{2},$$

где  $c$  – коэффициент жесткости пружины,  $F_0$  сила предварительного поджатия пружины.

Функция рассеяния энергии имеет вид

$$R = -\frac{1}{2} \nu \dot{x}^2,$$

где  $\nu$  – коэффициент вязкого трения.

Подставив выражения и в уравнение, получаем нелинейное дифференциальное уравнение со стационарным режимом  $\Omega = \Omega_0 = \text{const}$ ,  $x = x_0 = \text{const}$ . Рассматривая малые колебания центробежного маятника относительно стационарного состояния, разложив нелинейные функции в ряд Тейлора в окрестности  $\Omega_0$ ,  $x_0$ , придем к линеаризованному уравнению колебаний маятника

относительно стационарного состояния  $(\Omega_0, x_0)$ . Если ввести обозначения  $\frac{\Delta x}{x_0} = \eta$ ,  $\frac{\Delta \Omega}{\Omega_0} = \zeta$ , после преобразований получим уравнение чувствительного элемента в нормализованной форме

$$\frac{T_{\text{мф}}^2}{\delta_{\text{ст}}} \frac{d^2 \eta}{dt^2} + \frac{T_{\text{д}}}{\delta_{\text{ст}}} \frac{d\eta}{dt} + \eta = \frac{1}{\delta_{\text{ст}}} \zeta,$$

где  $T_{\text{мф}}$  – постоянная времени муфты маятника,  $T_{\text{д}}$  – постоянная времени демпфера,  $\delta_{\text{ст}}$  – коэффициент статизма.

Уравнение характеризует центробежный маятник как звено второго порядка – колебательное звено, передаточная функция которого имеет вид

$$W_2(s) = \frac{1}{\delta_{\text{ст}}} \frac{1}{\frac{T_{\text{мф}}^2}{\delta_{\text{ст}}} s^2 + \frac{T_{\text{д}}}{\delta_{\text{ст}}} s + 1}.$$

В МВТУ-3.7 коэффициенты колебательного звена имеет иной вид

$$W(s) = \frac{K}{T^2 s^2 + 2bTs + 1},$$

где  $K$  – коэффициент усиления,  $T$  – постоянная времени,  $b$  – коэффициент относительного демпфирования.

Связь между коэффициентами в с коэффициентами в следующая

$$K = \frac{1}{\delta_{\text{ст}}};$$

$$T = \frac{T_{\text{ст}}}{\sqrt{\delta_{\text{ст}}}};$$

$$b = \frac{T_{\text{ст}}}{2T_{\text{ст}}\sqrt{\delta_{\text{ст}}}}.$$

### 3) Исполнительный механизм (задвижка)

Уравнение движения задвижки как безынерционного звена

$$\mu = K_{\text{с}} \xi,$$

где  $K_{\text{с}}$  – передаточный коэффициент,  $\xi = \frac{\Delta \xi}{\xi_0}$  – безразмерное перемещение точки А (Рис. 1.1.), соответствующее стационарному режиму,  $\Delta \xi$  – малое отклонение той же точки относительно  $\xi_0$ .

### 4) Другие элементы в цепи обратной связи

Угловые скорости вала центробежного регулятора и вала турбины связаны между собой соотношением

$$\Omega = i\omega,$$

Или, разделив на  $\omega_0$ ,

$$\zeta = i\gamma,$$

где  $i$  – передаточное число связи вала турбины с валом регулятора.

В рассматриваемой системе автоматического регулирования использована жесткая отрицательная обратная связь. Рассматривая рычаг 3 (Рис. 1.3.) как звено нулевого порядка, представим его уравнение в виде

$$\xi = -K\eta.$$

## **Теоретический расчет областей устойчивости методом D-разбиения**

Считается, что в исследуемой САР при ее корректировке можно изменять значения  $K$  и  $T_{\text{ст}}^2$ . Пределы изменения параметров  $K$  и  $T_{\text{ст}}^2$ , при которых система автоматического регулирования угловой скорости паровой турбины остается устойчивой, можно получить с помощью метода D-разбиения в плоскости двух параметров:  $T_{\text{ст}}^2$  и  $K$ .

Основываясь на функциональной схеме, структурная схема регулирования будет выглядеть следующим образом

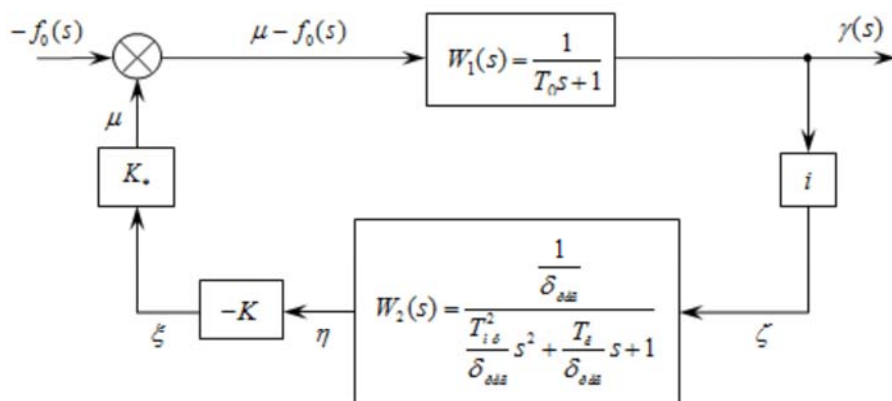


Рис. 1.4. Структурная схема регулирования

Последовательно соединенные звенья в цепи обратной связи заменяются одним звеном с передаточной функцией

$$W_3(s) = i \cdot W_2(s) \cdot K \cdot K_*$$

Тогда передаточная функция системы регулирования имеет вид

$$W(s) = \frac{W_1(s)}{1 + W_1(s)W_3(s)}$$

Отсюда следует характеристическое уравнение, соответствующее исследуемой САР,

$$1 + W_1(s)W_3(s) = 0$$

или

$$(T_0 T_{\lambda\varphi}^2) s^3 + (T_{\lambda\varphi}^2 + T_0 T_z) s^2 + (T_z + T_0 \delta_{\text{ддз}}) s + (\delta_{\text{ддз}} + i K K_*) = 0$$

Подставив в выражение  $s = j\omega$  и разделив его на два уравнения, получим

$$\begin{cases} \omega^2 T_{\lambda\varphi}^2 - i K_* K = (\delta_{\text{ддз}} - T_0 T_z \omega^2); \\ T_0 \omega^3 T_{\lambda\varphi}^2 = (T_z + T_0 \delta_{\text{ддз}}) \omega. \end{cases}$$

Откуда найдем

$$\begin{cases} T_{\lambda\varphi}^2 = \frac{1}{\omega^2} \left( \frac{T_z}{T_0} + \delta_{\text{ддз}} \right); \\ K = \frac{T_z}{i K_* T} (T_0^2 \omega^2 + 1). \end{cases}$$

Задавая значения  $\omega$  в интервале  $(-\infty, \infty)$  по формулам можно построить кривую D-разбиения в плоскости параметров  $T_{\lambda\varphi}^2$  и  $K$ . Каждая точка кривой D-разбиения определяет такие значения параметров, при которых характеристическое уравнение имеет чисто мнимые корни. При переходе через кривую D-разбиения по крайней мере один вещественный корень или пара комплексно-сопряженных корней характеристического уравнения пересекает мнимую ось. Штриховка D-кривой производится слева по направлению движения при движении от  $\omega = -\infty$  к  $\omega = +\infty$ , если главный определитель системы  $\Delta > 0$ , и справа, если  $\Delta < 0$ .

Криволинейная граница D-разбиения должна быть дополнена "особыми прямыми". Такие уравнения получаются подстановкой в уравнение частот  $\omega = 0$ ,  $\omega = \infty$  и других  $\omega = \omega_i$ , при которых

решение системы имеет вид  $\frac{0}{0}$ . В рассматриваемой системе  $\omega = \omega_i$  отсутствуют. Особая прямая при  $\omega = 0$  соответствует в характеристическом уравнении свободному члену

$$\delta_{\text{рм}} + iK K_* = 0.$$

Откуда получаем уравнение первой особой прямой

$$K = -\frac{\delta_{\text{рм}}}{iK_*}.$$

Уравнение особой прямой при  $\omega = \infty$  можно получить, приравняв нулю коэффициент при старшем члене характеристического уравнения

$$T_0 T_{\text{ш}}^2 = 0;$$

или

$$T_{\text{ш}}^2 = 0.$$

Штриховка “особых прямых” наносится таким образом, чтобы одновременно заштрихованные или одновременно незаштрихованные стороны D-кривой и прямой располагались навстречу друг другу.

### Практическая часть

#### Исходные данные

##### НЕИЗМЕНЯЕМЫЕ ПАРАМЕТРЫ

$$T_0 = 7 \text{ с}, K_* = 1.75 \text{ с}, T_x = 0.25 \text{ с}, \delta_{\text{рм}} = 3.5, i = 1.8.$$

##### ВАРЬИРУЕМЫЕ ПАРАМЕТРЫ

$$T_{\text{ш}}, K.$$

На Рис. 1.5. показана структурная схема системы автоматического регулирования угловой скорости паровой турбины, реализованная в МВТУ-3.7.

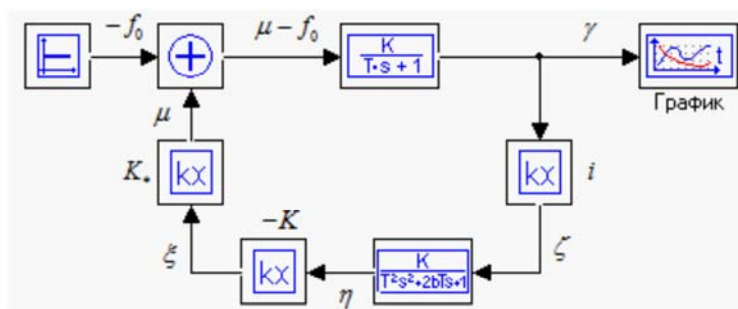


Рис. 1.5. Структурная схема

Кривая D-разбиения, построенная по формулам в среде MathCad; при  $-\infty < \omega < \infty$ , а также две особые прямые, полученные согласно формулам и , показаны на Рис. 1.6.



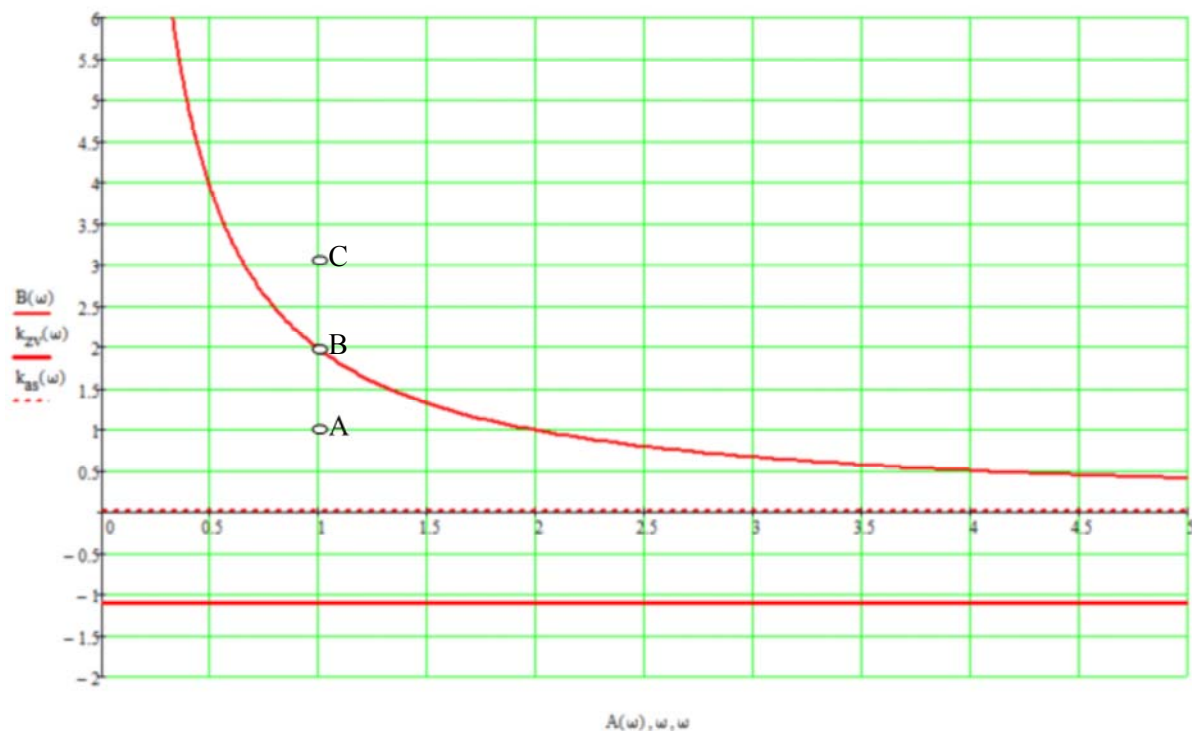


Рис. 1.6. D-разбиение

На Рис. 1.6. отмечены точки в области параметров  $K$  и  $T_{2\phi}$ , для которых нужно построить графики переходных процессов.

Коэффициенты колебательного звена (Рис. 1.5.) определяются по формулам, где  $T_{2\phi} = \sqrt{1}$  с для точек  $A$ ,  $B$  и  $C$

$$K = \frac{1}{3.5} = 0.286; \quad T = \frac{1}{\sqrt{3.5}} = 0.535 \text{ с}; \quad b = \frac{0.25}{3.5 - 2 \cdot 0.535} = 0.067$$

Получим графики переходных процессов  $\gamma(t)$  для точек  $A$ ,  $B$  и  $C$ , показанных на Рис. 1.6..

1) Точка **A**:  $K=1$ .

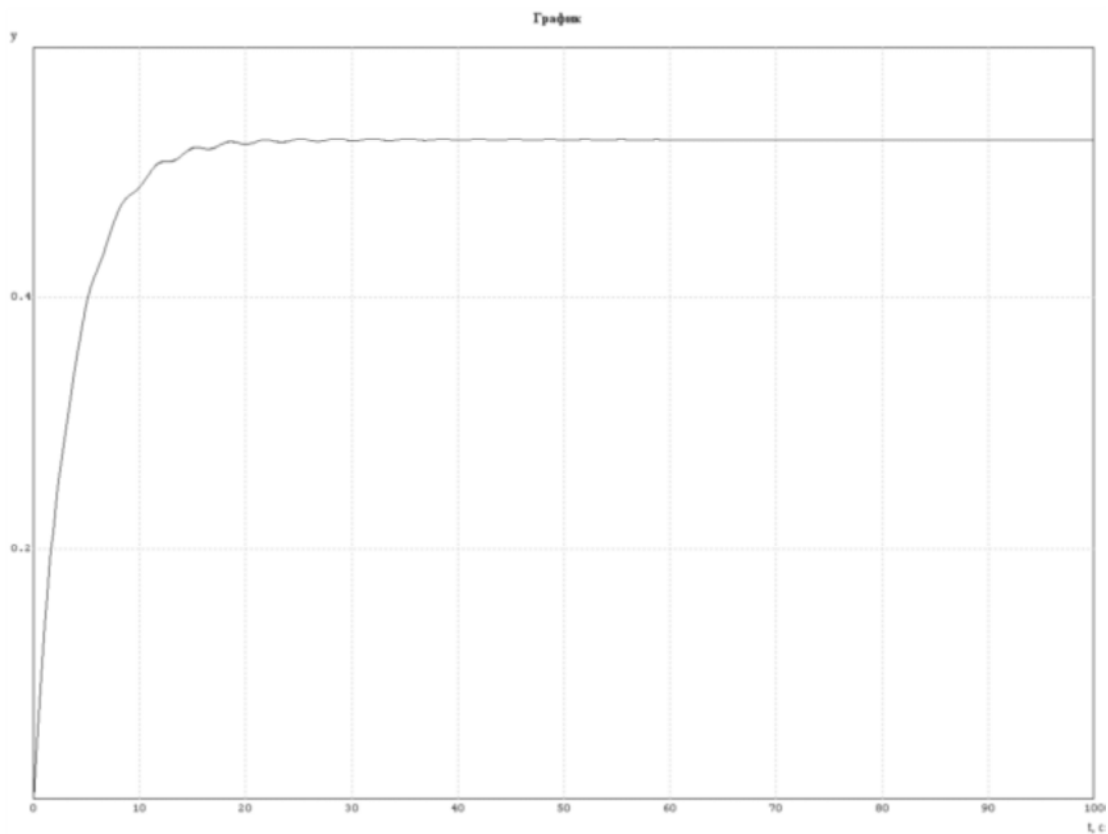


Рис. 1.7. График переходного процесса в точке **A**

Переходный процесс асимптотически устойчивый.

2) Точка **B**:  $K=2$ .

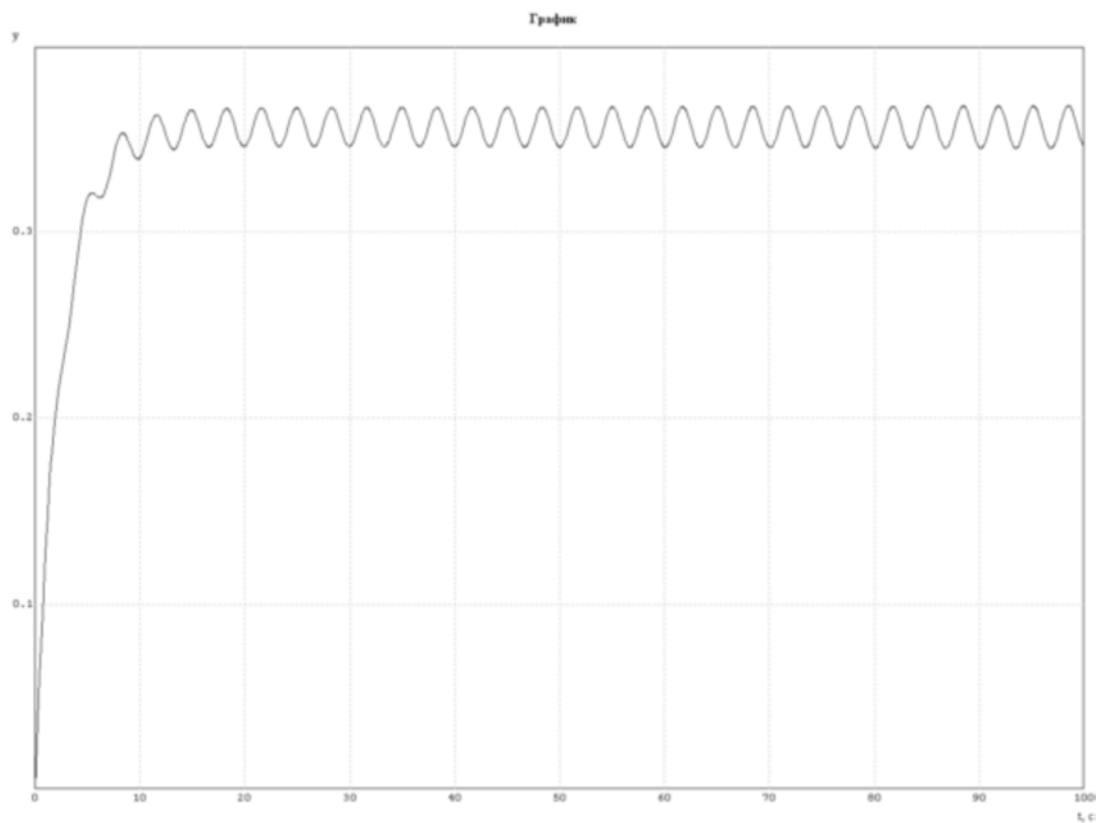


Рис. 1.8. График переходного процесса в точке **B**

Переходный процесс неасимптотически устойчивый.

3) Точка **C**: **K=3**.

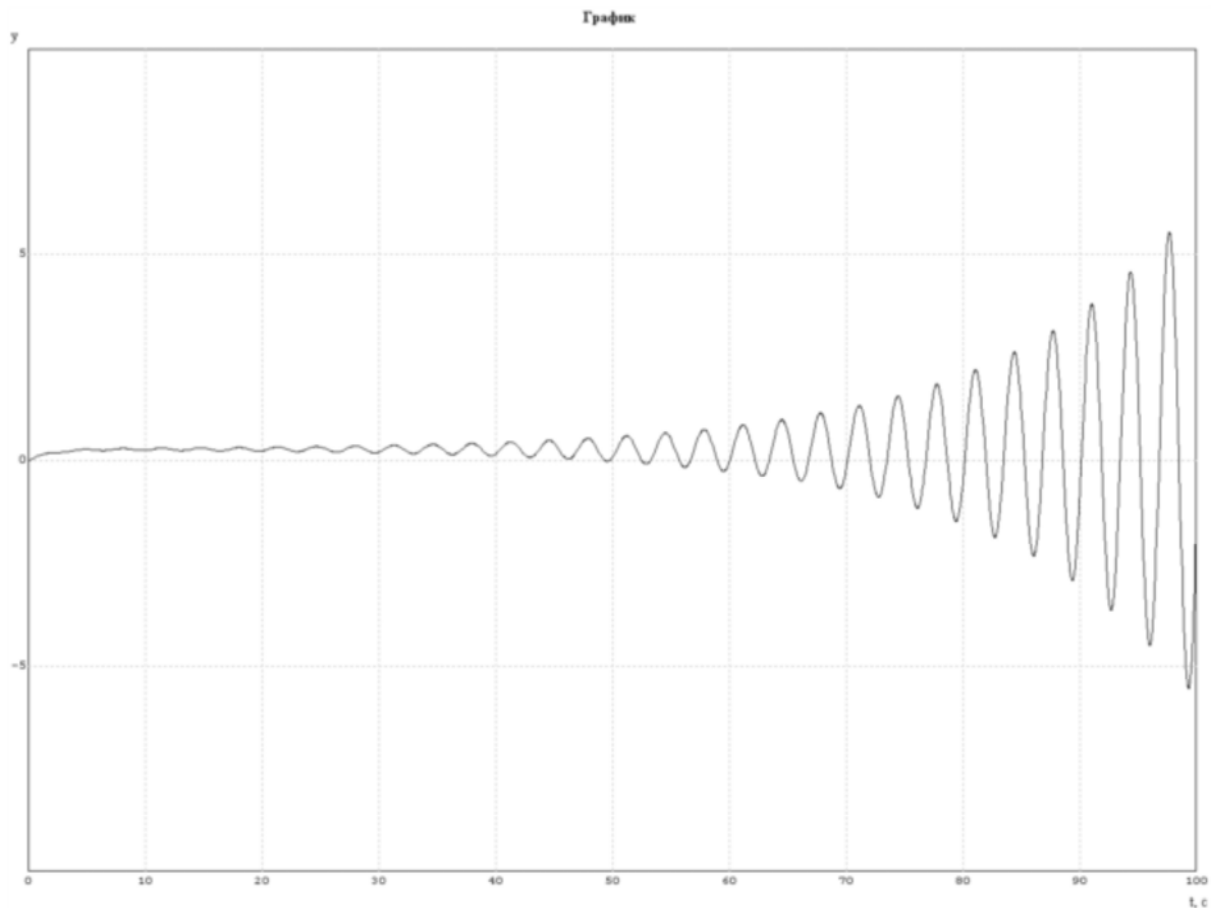


Рис. 1.9. График переходного процесса в точке **C**

Переходный процесс неустойчивый.

Построим рабочую характеристику  $\gamma(f_0)$ . Задаваясь пятью значениями  $f_0$ , получим

$f_0$	$\gamma$
0.8	0.421
0.9	0.473
1.0	0.526
1.1	0.579
1.2	0.631

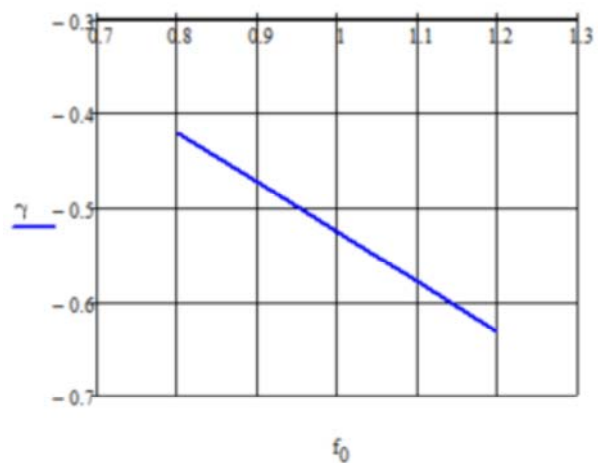


Рис. 1.10. Рабочая характеристика паровой турбины

Как видно из графика (Рис. 1.10.), рабочая характеристика линейная, что и ожидалось согласно дифференциальному уравнению .