Министерство образования и науки Российской Федерации

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

Факультет «Робототехника и комплексная автоматизация»

Кафедра РК5 «Прикладная механика»

РАБОТА № 13
ОПРЕДЕЛЕНИЕ КРИТИЧЕСКОЙ НАГРУЗКИ ДЛЯ ГИБКОГО СЖАТОГО СТЕРЖНЯ

Цель работы: Экспериментально проверить справедливость формулы Эйлера для критической силы при сжатии гибкого стержня.

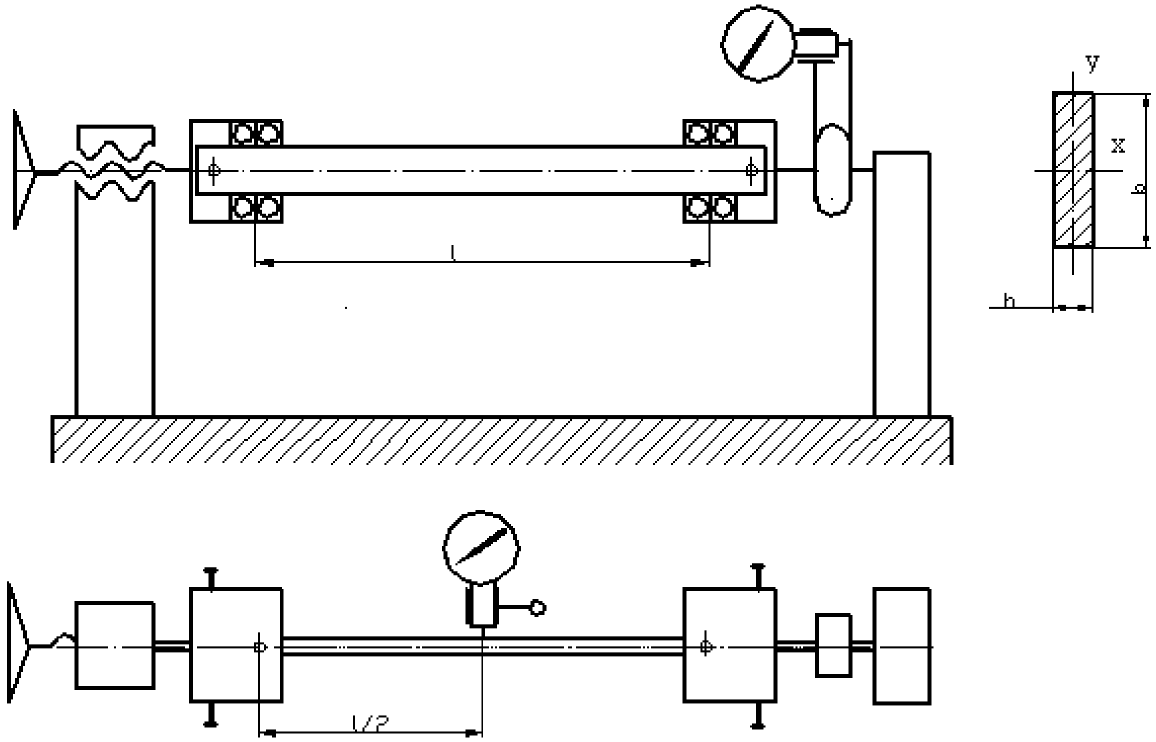
Описание лабораторной установки

Основным элементом лабораторной установки является стержень прямоугольного поперечного сечения.

Материал стержня - сталь 45.

Размеры стержня: ***l*= 500 мм**, ***b* = 35 мм**, ***h* = 2 мм**.

Стержень установлен в правой и левой опорах, конструкция которых позволяет осуществить шарнирное или жесткое закрепление концов стержня в плоскости наименьшей жесткости.



Правая опора соединена с динамометром, использующим тарированный индикатор часового типа, левая - с нагружающим устройством винтового типа. В среднем сечении стержня установлен прогибомер (индикатор часового типа на стойке).

Для определения силы F, действующей на стержень нужно использовать эмпирическую зависимость, полученную при тарировке динамометра. Для каждой лабораторной установки эта зависимость индивидуальна. ***(Значение указано на правой опоре стержня).***

(C) 2010-2014

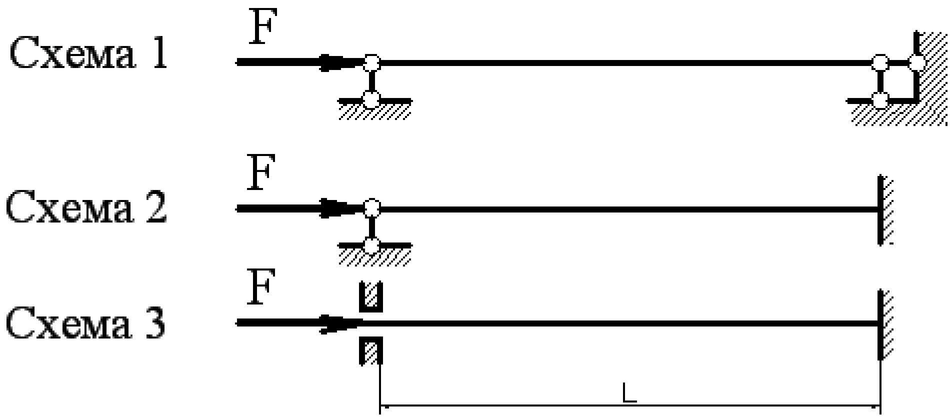
Краткие теоретические сведения

Расчетная схема идеального стержня.

Для гибкого стержня критическая сила $F_{кр}$ определяется по формуле Эйлера

$$F_{кр} = \frac{\pi^2 E \cdot I_{\min}}{(\mu l)^2}$$

Рассматриваются три схемы закрепления.

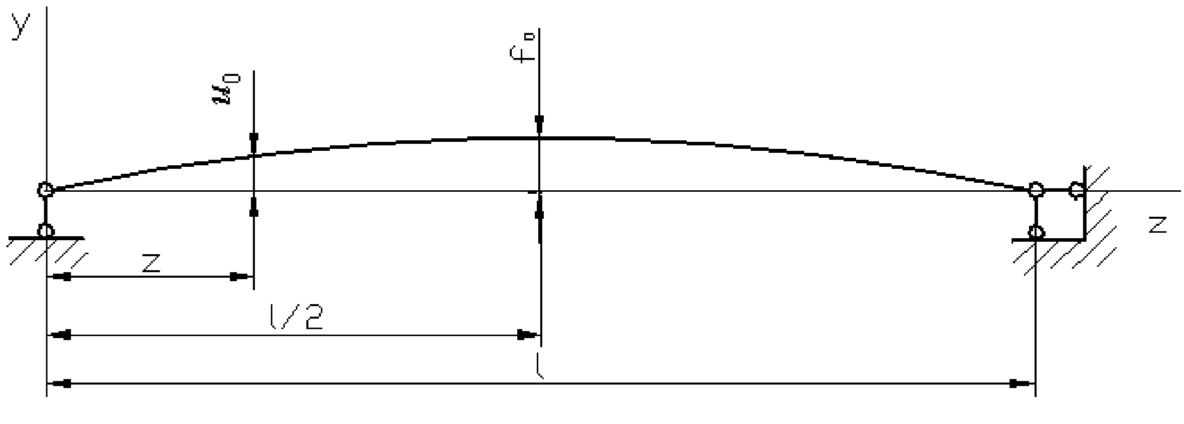


Расчетная схема неидеального стержня.

Реальный стержень не является идеальным, т.к. содержит несовершенства. Наибольшее практическое значение имеют два несовершенства: начальная кривизна и внецентренное приложение силы.

В лабораторной установке приняты меры к снижению эксцентриситета приложения силы до приемлемого уровня. Эксцентриситет составляет 0,1-0,15мм, поэтому наибольшее значение для лабораторной установки имеет начальная кривизна, т.к. идеально прямой гибкий стержень изготовить практически невозможно. Получим приближенную формулу, позволяющую учесть влияние начальной кривизны стержня на зависимость “ продольная сила - характерное перемещение”.

Пусть шарнирно-опертый по концам стержень имеет начальную кривизну.

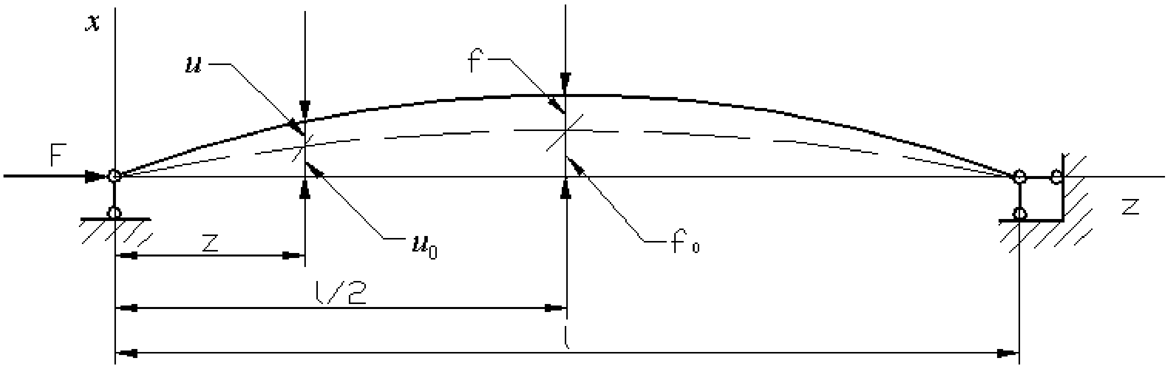


(C) 2010-2014

Будем считать, что геометрическая ось стержня до нагружения описывается функцией

$$u_0 = f_0 \sin\frac{\pi z}{l}.$$

Упругая линия стержня после нагружения:



Дифференциальное уравнение упругой линии при нагружении продольной силой F имеет вид

$$EI_y u'' = M_y(z),$$
$$M_y(z) = -F(u_0 + u),$$
$$EI_y \cdot u'' = -F(u_0 + u),$$
$$u'' + k^2 u = -k^2 u_0,$$

где $k^2 = \dfrac{F}{EI_y}$.

Запишем решение неоднородного дифференциального уравнения в виде суммы общего решения соответствующего однородного уравнения и частного решения неоднородного.

$$u = C_1 \sin kz + C_2 \cos kz + u_*$$

Частное решение неоднородного дифференциального уравнения представим в виде

$$u_* = B\sin\frac{\pi z}{l}.$$

Продифференцируем u_* по z

$$u_*' = B\frac{\pi}{l}\cos\frac{\pi z}{l},$$

$$u_*'' = -B\frac{\pi^2}{l^2}\sin\frac{\pi z}{l}.$$

Подставим полученные выражения в формулу (13.1)

$$-\frac{\pi^2}{l^2}B\sin\frac{\pi\cdot z}{l} + k^2 B\sin\frac{\pi\cdot z}{l} = -k^2\cdot f_0\sin\frac{\pi\cdot z}{l}.$$

$$B\left(-\frac{\pi^2}{l^2}+k^2\right)=-k^2\cdot f_0$$

После преобразования

$$B=\frac{-f_0}{1-\dfrac{\pi^2 EI_y}{l^2\cdot F}}.$$

Если $F_Э=\dfrac{\pi^2 EI_y}{l^2}$, тогда $B=\dfrac{-f_0}{1-\dfrac{F_Э}{F}}$.

Граничные условия

$$z=0, u=0 \Rightarrow C_2=0$$

$$z=l, u=0 \Rightarrow C_1=0$$

Окончательно получаем

$$u=\frac{-f_0}{1-\dfrac{F_Э}{F}}\sin\frac{\pi\cdot z}{l}$$

Определим прогиб сечения при $z=\dfrac{l}{2}$

$$f=\frac{-f_0}{1-\dfrac{F_Э}{F}}$$

Преобразуем полученную зависимость к виду

$$\frac{f}{F}=\frac{f}{F_Э}+\frac{f_0}{F_Э}$$

Мы получили линейную зависимость $\dfrac{f}{F}$ от f с угловым коэффициентом $\dfrac{1}{F_Ý}$; та же зависимость $\dfrac{f}{F}(f)$ строится по данным эксперимента, аппроксимируется прямой линией и оценивается ее соответствие теории, что и является экспериментальной проверкой формулы Эйлера.

Нужно отметить, что определенная по этому методу эйлерова сила $F_Э$ совпадает с $F_{кр}$ идеального стержня при соблюдении двух условий:

1. Начальная кривизна оси стержня должна лежать в плоскости наименьшей жесткости.

2. Гибкость стержня в плоскости наименьшей жесткости $\lambda=\dfrac{\mu l}{\sqrt{\dfrac{I_{\min}}{A}}}$ должна быть выше предельной, определяемой пределом пропорциональности материала $\sigma_{ПЦ}$,

$$\lambda_{ПЦ}=\sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{ПЦ}}}.$$

(С) 2010-2014

Порядок проведения работы

1) Соберите наладку согласно рис. 13.1.

2) Выведите на 0 индикатор прогибомера балки.

3) Нагрузите балку продольной силой до значения прогиба 1мм и снимите показания индикатора динамометра.

4) Нагружайте последовательно балку сжимающей продольной силой, соответствующей прогибам от 1 мм до 3 мм через каждые 0.2 мм, снимая параллельно соответствующие каждой нагрузке показания индикатора динамометра с точностью до 0,001мм.

5) Медленно разгрузите стержень от сжимающих усилий, стержень при этом должен вернуться в исходное состояние.

6) Определите продольную силу по показаниям индикатора динамометра, используя индивидуальную эмпирическую зависимость для данной установки.

7) Постройте график по экспериментальным результатам в координатах (f/F, f).

8) Графически аппроксимируйте полученную зависимость линейной функцией, определите ее угловой коэффициент, а по нему – $F_Э$.

9) Сравните между собой полученное значение $F_Э$ с теоретическим.

10) Измените способ закрепления балки и повторите всю работу.

(C) 2010-2014