



Министерство образования и науки Российской Федерации

Государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана»  
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

Факультет «Робототехника и комплексная автоматизация»

Кафедра РК5 «Прикладная механика»

## РАБОТА № 11 ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА ТЕОРЕМЫ О ВЗАИМНОСТИ РАБОТ

**Цель работы:** Экспериментально проверить справедливость теоремы о взаимности работ на примере перемещений в плоской раме при ее разных нагружениях.

### Описание лабораторной установки

Основным элементом лабораторной установки является плоская рама (рис. 11.1), состоящая из трех жестко соединенных между собой стержней прямоугольного поперечного сечения.

Рама установлена на двух шарнирных опорах. Конструкция опоры А позволяет приложить в сечении А нагрузку в виде сосредоточенного момента. Это достигается путем смещения грузов, закрепленных на винте, при его вращении. Шкала S, установленная на опоре А параллельно оси винта, указывает расположение грузов относительно их исходного положения, при котором момент равен нулю.

Параметры рамы:

**$l = 300$  мм,  $h = 5,1$  мм,  $b = 30$  мм,  $H = 98$  мм.**

Материал: сталь Ст3, модуль упругости  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа

Для измерения прогиба в сечении В и угла поворота сечения А используются индикаторы часового типа.

Нагружение рамы осуществляется гирями.

### Краткие теоретические сведения

Теорема о взаимности работ была доказана итальянским ученым Э. Бетти в 1872 году, поэтому ее часто называют теоремой Бетти.

Согласно теореме о взаимности работ работа сил первого состояния на соответствующих им перемещениях второго состояния равна работе сил второго состояния на соответствующих им перемещениях первого состояния.

В соответствии с формулировкой теоремы можно записать

$$F_1 \cdot \delta_{1F_2} = F_2 \cdot \delta_{2F_1},$$

где  $F_1$  - система сил первого состояния,

$F_2$  - система сил второго состояния,

$\delta_{1F_2}$  - перемещения во втором состоянии, соответствующие силам первого состояния,

$\delta_{2F_1}$  - перемещения в первом состоянии, соответствующие силам второго состояния.

Теорема Бетти справедлива для линейных систем, в которых перемещения малы по сравнению с габаритными размерами, и для материала системы справедлив закон Гука.

В качестве линейной системы используется стержневая система - плоская рама, находящаяся последовательно в двух состояниях.

Первое состояние характеризуется нагружением рамы силой  $F$ , приложенной в точке В. Второе состояние характеризуется нагружением рамы моментом  $M$ , приложенным в точке А. Эти состояния изображены в журнале на стр. 14 и 15, пп. 3.1 и 3.2.

В первом состоянии сечение А поворачивается на угол  $\theta_{A1}$ , который соответствует моменту  $M$  во втором состоянии. Во втором состоянии сечение В получает перемещение  $f_{B2}$ , которое соответствует силе  $F$  в первом состоянии.

Работа силы  $F$  на перемещении  $f_{B2}$  равна

$$A_{21} = F \cdot f_{B2}.$$

Работа момента  $M$  на перемещении  $\theta_{A1}$  равна

$$A_{12} = M \cdot \theta_{A1}.$$

Согласно теореме о взаимности работ

$$F \cdot f_{B2} = M \cdot \theta_{A1}.$$

Теоретические значения перемещений  $f_{B2}$  и  $\theta_{A1}$  находятся методом Мора (правило Верещагина).

### Порядок выполнения работы

#### 1. Проведение эксперимента

Установите подвижные грузы в исходное положение (нуль по шкале S), для чего вращайте винт, на котором закреплены грузы в ту или иную сторону до совмещения риски, нанесенной на левом грузе, с нулевым делением шкалы S. Это соответствует отсутствию момента  $M$  в сечении A.

Проверьте работоспособность прогибомера и угломера, для чего слегка постучите по раме и наблюдайте за движением большой стрелки индикатора часового типа. Стрелка должна колебаться около одного произвольного деления шкалы.

Убедившись в работоспособности приборов, снимите их показания и запишите эти показания в лабораторный журнал (табл. 11.1 и 11.2).

Нагрузите раму силой  $F = 20\text{Н}$  (состояние “1”) и снимите показания индикатора угломера (сечение A), запишите их в табл. 11.1.

Разгрузите раму. Эксперимент повторите еще два раза.

Нагрузите раму моментом  $M$  (состояние “2”), для чего вращайте винт с подвижными грузами до совмещения риски на левом грузе с делением шкалы S, равном 100мм. Снимите показания индикатора прогибомера и запишите в табл. 11.2 лабораторного журнала.

Разгрузите раму, вернув подвижные грузы в исходное положение. Повторите эксперимент еще два раза.

#### 2. Обработка результатов эксперимента.

Подсчитайте средние арифметические значения разностей показаний прогибомера, угломера и шкалы S, соответствующего ступени нагружения, и запишите в табл. 11.1 и 11.2 лабораторного журнала.

Определите приращение угла поворота сечения A, линейного перемещения сечения B, работу внешней силы и внешнего момента соответствующий ступени нагружения.

#### 3. Сопоставление результатов расчета и эксперимента.

Запишите результаты расчета и эксперимента в табл. 11.3, вычислите погрешности и сделайте заключение о справедливости теоремы о взаимности работ (теоремы Бетти).