Расчет водопроводного желоба

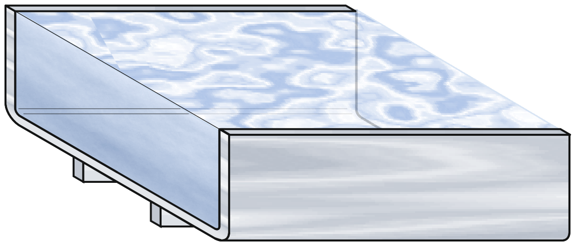

Рис. 1

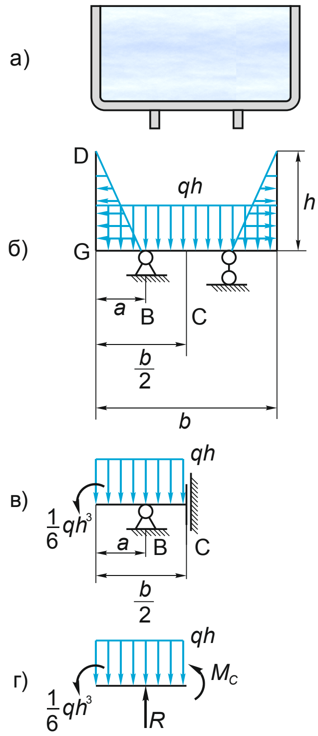

Рис. 2

Желоб имеет поперечное сечение в виде швеллера, заполнен жидкостью доверху, и покоится на двух опорах, которые можно считать точечными (Рис. 1). Поперечное сечение желоба показано на Рис. 2, *а*, расчетная схема – на Рис. 2, *б*. Необходимо найти расстояние *a* из условия равнопрочности. Местными напряжениями в углах можно пренебречь.

Решение задачи о так называемой гидростатической нагрузке было получено в статье «Расчет плоского глубинного щитового затвора». Вкратце итоги его таковы: для любой (в том числе изменяющейся по линейному закону) распределенной нагрузки равнодействующая сосредоточенная сила по модулю равна площади фигуры под нагрузкой, а равнодействующий изгибающий момент относительно заданной точки – статическому моменту фигуры относительно оси, проходящей через эту точку перпендикулярно оси стержня.

Сила нас в данной задаче не интересует, а равнодействующий момент со стороны жидкости, оказывающей давление на стенки желоба относительно точки G (Рис. 2, *б*), есть произведение площади треугольника BDG ($\frac{1}{2}qh^2$) на расстояние от точки G до центра тяжести этого треугольника ($\frac{1}{3}h$), то есть равен $\frac{1}{6}qh^3$ и сжимает внешние (нижние) слои (Рис. 2, *в*). Здесь введено обозначение qh (интенсивность давления столба жидкости высотой h), и использована прямая симметрия расчетной схемы относительно сечения С.

Задача статически определима. Сила R нас опять же не интересует, а моменты в сечениях В и С равны, соответственно:

$$M_B = -\frac{1}{6}qh^3 - \frac{1}{2}qa^2h = -qh\left(\frac{1}{6}h^2 + \frac{1}{2}a^2\right)$$
$$M_C = -qh\left[\frac{1}{6}h^2 - \frac{b}{2}\left(\frac{b}{4} - a\right)\right] \qquad (1)$$

Момент M_B отрицательный, то есть сжимает нижние слои, а вот момент M_C может иметь любой знак. Заметив, что M_B по модулю превышает момент в точке G, запишем два условия равнопрочности:

$M_B = M_C$ (2)

$M_B = -M_C$ (3)

Из условия (2) следует:

$$-qh\left(\frac{1}{6}h^2 + \frac{1}{2}a^2\right) = -qh\left[\frac{1}{6}h^2 - \frac{b}{2}\left(\frac{b}{4} - a\right)\right] \rightarrow \frac{1}{2}a^2 = -\frac{b}{2}\left(\frac{b}{4} - a\right)$$

откуда после преобразований получается квадратное уравнение относительно a:

$$a^2 - ab + \frac{1}{4}b^2 = 0,$$

имеющее единственный корень $a = \frac{1}{2}b$.

Решение является тривиальным и соответствует случаю не двух, а одной опоры. В самом деле, если сечения В и С отождествляются, то, следовательно, и моменты в них будут равны.

Теперь рассмотрим условие равнопрочности (3), из которого следует

$$-\left(\frac{1}{6}h^2 + \frac{1}{2}a^2\right) = \frac{1}{6}h^2 - \frac{b}{2}\left(\frac{b}{4} - a\right),$$

откуда после преобразований получается другое квадратное уравнение относительно a:

$$a^2 + ab + \frac{2}{3}h^2 - \frac{1}{4}b^2 = 0,$$

корни которого

$$a_{\frac{1}{2}} = -\frac{b}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{2}b^2 - \frac{2}{3}h^2}$$

Второй корень можно исключить: сумма двух отрицательных чисел не может быть расстоянием. Значит,

$$a = -\frac{b}{2} + \sqrt{\frac{1}{2}b^2 - \frac{2}{3}h^2} \qquad (4)$$

Решение имеет смысл при выполнении двух условий. Во-первых, подкоренное выражение в формуле (4) должно быть положительным, что приводит к неравенству

$$h^2 < \frac{3}{4}b^2 \qquad (5)$$

Во-вторых, расстояние a тоже должно быть положительным, то есть

$$\sqrt{\frac{1}{2}b^2 - \frac{2}{3}h^2} > \frac{b}{2} \rightarrow \frac{1}{2}b^2 - \frac{2}{3}h^2 > \frac{1}{4}b^2$$

что приводит к еще одному условию:

$$h^2 < \frac{9}{8}b^2 \qquad (6)$$

Из неравенств (5)-(6) более жестким (или «сильным») является условие (5). Оно, очевидно, должно выполняться для широкого и низкого желоба, показанного на Рис. 1.

Приведем пример. Пусть размеры желоба $b = 5$, $h = 1$ (в условных безразмерных единицах). Неравенство (5) выполняется ($1 < \frac{75}{4}$). Тогда по формуле (4) имеем $a = 0.94$, а по формулам (1) получаем $M_B = -0.608$, $M_C = 0.608$. Равнопрочность обеспечена. Эпюра момента для данного случая показана на Рис. 3.

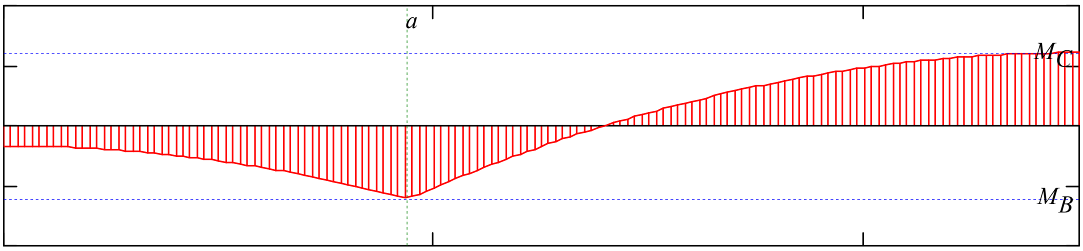

Рис. 3