

Расчет пролета одноподкосного моста

Подкосная (арочно- и балочно-подкосная) конструкция применялась ранее для мостов небольшой грузоподъемности и построенных обычно из дерева (см. [1], задача 256). Сейчас такая конструкция считается устаревшей. Примеры балочно-подкосных мостов показаны на Рис. 1.



Рис. 1

Расчетная схема одного из пролетов моста изображена на Рис. 2, а. Провисая под действием нагрузки, полотно моста в точке В встречает сопротивление подкосов, сила которого направлена вверх, а на шарнир В со стороны моста по третьему закону Ньютона действует такая же сила, но направленная вниз (Рис. 2, б). Эта сила и подлежит определению. Воспользовавшись прямой симметрией, разобьем конструкцию на балку и ферму и рассмотрим их половинки (Рис. 2, в-г).

Начнем с балки (Рис. 2, д). Формально обе связи запрещают горизонтальное перемещение, а значит, должны возникнуть осевые силы, так что задача оказывается статически неопределимой. Однако, во-первых, на конструкцию не действуют внешние силы, имеющие горизонтальную проекцию, а во-вторых, обычно осевую жесткость считают существенно большей изгибной, что позволяет считать задачу статически определимой. Составляя сумму моментов относительно точки С, исключаем из решения реакцию R:

$$\Sigma M_C = \frac{1}{2} q \left(\frac{l}{2} \right)^2 - \frac{F l}{2} - M = 0 \rightarrow M = -\frac{F l}{4} + \frac{q l^2}{8} \quad (1)$$

Эпюры – внешних сил и единичная – показаны на Рис. 2, ж-з. Далее делаем расчет на жесткость методом Верещагина:

$$EI_x v = \frac{l^2}{12} \left(M + \frac{q l^2}{32} \right)$$

Подставляя в полученную формулу значение M из формулы (1), после преобразований приходим к

$$EI_x v = \frac{l^3}{48} \left(\frac{5}{8} q l - F \right) \quad (2)$$

Если по-прежнему принимать, что осевая жесткость весьма велика, можно считать задачу решенной, приравняв прогиб нулю и получив

$$F = \frac{5}{8} q l \quad (3)$$

Однако такой вывод не совсем корректен. В самом деле, исходя из разных расчетных схем, можно сделать вывод о том, что для большинства их них осевые перемещения на 2-3 порядка меньше прогибов. Но решение (3) получено из сравнения изгибной жесткости одного тела (балки) с осевой жесткостью другого тела (фермы). В зависимости от конструкции моста эти жесткости могут оказаться сопоставимыми.

В исходной задаче полагалось, что и полотно моста, и подкосы изготовлены из деревянного бруса квадратного сечения, и расчеты показали, что отличие силы взаимодействия балки и фермы, в предположении о бесконечно большой осевой жесткости и без такового, составляет всего 0.12%. Мы сделаем расчет для общего случая, при произвольном соотношении жесткостей.

Теперь рассмотрим ферму (Рис. 2, г). Разрезая стержень (Рис. 2, и), составляем уравнение равновесия:

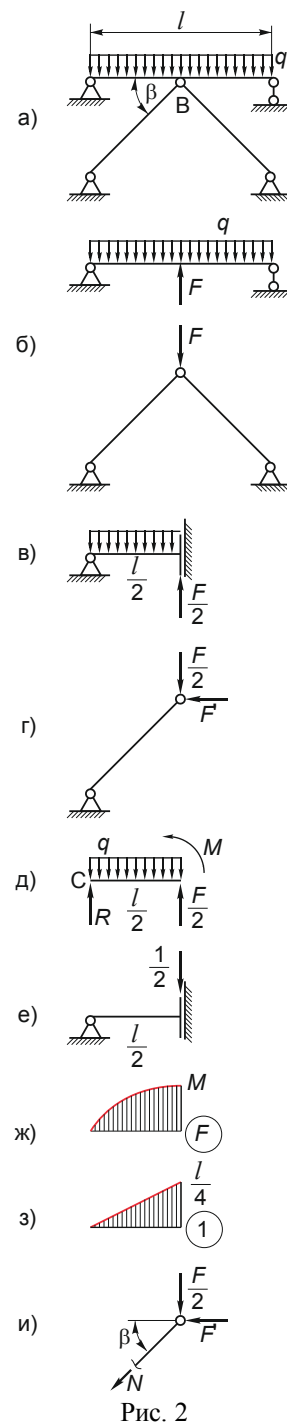


Рис. 2

$$\Sigma F_y = -\frac{F}{2} - N \sin \beta = 0 \rightarrow N = -\frac{F}{2 \sin \beta}$$

Укорочение подкоса с учетом того, что его длина равна $\frac{l}{2 \cos \beta}$, составляет

$$\Delta l = -\frac{N \cdot l}{2 \cos \beta \cdot EA} = \frac{F \cdot l}{4 \sin \beta \cdot \cos \beta \cdot EA}$$

Материалы полотна и подкоса предполагаются одинаковыми.

Вертикальное перемещение узла В равно

$$\Delta y = \frac{\Delta l}{\sin \beta} = \frac{F \cdot l}{4 \sin^2 \beta \cdot \cos \beta \cdot EA} \quad (\text{вниз})$$

Условие совместности перемещений состоит в том, что точка В принадлежит обоим телам, поэтому, с учетом формулы (2), получаем

$$\Delta y = v \rightarrow \frac{F \cdot l}{4 \sin^2 \beta \cdot \cos \beta \cdot EA} = \frac{l^3}{48 EI_x} \left(\frac{5}{8} ql - F \right)$$

и, окончательно

$$F = \frac{5}{48} \frac{ql}{\frac{1}{\sin^2 \beta \cdot \cos \beta} \frac{I_x}{A \cdot l^2} + \frac{1}{6}} \quad (4)$$

Из Рис. 1 видно, что обычно $\beta = 45^\circ$. То же значение принимается в задачке [1]. Продолжая считать полотно и подкосы имеющими одинаковое поперечное сечение, можно показать, что первое слагаемое знаменателя составляет менее 1% от второго. Тогда, полагая первое равным нулю, приходим к ранее полученному решению (3).

Возникает вопрос – каким должно быть соотношение геометрических характеристик поперечных сечений полотна и подкосов, чтобы с приемлемой погрешностью можно было бы не учитывать сжатие

подкосов и упростить тем самым решение? Конкретнее: насколько безразмерная дробь $\frac{I_x}{A \cdot l^2}$

отличается по порядку от единицы?

Разумеется, ответ на этот вопрос в общем случае невозможен. Да и для каждой отдельной задачи следует обеспечить, во-первых, допустимую погрешность, во-вторых, исходные данные, а в-третьих, практически важную постановку задачи. Очевидно, что поиск силы взаимодействия полотна и подкоса таковой не является.

Приведем простой пример. Пусть проектируется одноподкосный пешеходный мост, один пролет которого имеет длину $l = 6$ м, несет нагрузку $q = 80 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$, и собран из брусьев квадратного сечения со стороной 25 см. Такие данные приводятся в исходной задаче. Однако мы рассмотрим случай, когда полотно моста имеет поперечное сечение в форме прямоугольника высотой в два бруса и шириной 2 м.

Расчеты показывают, что разница сил, найденных по формулам (3) и (4), составляет уже 14.6%. Значит, учитывать укорочение подкосов в этом случае необходимо.

Литература

1. Тимошенко С. П., Сборник задач по сопротивлению материалов, М.-Л., Государственное издательство, 1930